

مطالعه تاب‌آوری اکوسیستم شهر تهران در برابر آلاینده‌های هوا

حمید اماده*

مهدی احراری**، محمدعلی قدسی ماب***

چکیده

اکوسیستم شهری تهران توانایی جذب و تصفیه میزان مشخصی از حجم آلاینده‌ها را دارد که همین توانایی نیز روزبه‌روز در حال کاهش است. در روند رشد اقتصادی هر شهر باید قابلیت‌های اکوسیستمی آن شهر نیز لحاظ شود تا به مشکلات زیست‌محیطی کم‌تری منجر شود. در این مقاله تلاش ما ارائه و بسط روشی برای اندازه‌گیری تاب‌آوری اکوسیستم شهر تهران در برابر آلاینده‌های وارد شده به آن است. برای محاسبه تاب‌آوری از بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف استفاده شده است، به طوری که بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف مثبت به معنی وجود آشوب و به تبع آن کاهش میزان تاب‌آوری سیستم است. اطلاعات استفاده شده در این پژوهش مربوط به شاخص کیفیت هوا (AQI) برای بازه زمانی ۱۳۹۰-۱۳۹۴ و به صورت میانگین روزانه و شامل ۱۸۲۶ داده است. نتایج نشان‌دهنده وجود آشوب در سری زمانی شاخص کیفیت هوا (AQI) است. از نظر تاب‌آوری نیز اکوسیستم تهران در برابر آلاینده‌های وارد شده تاب‌آوری پایینی دارد و توان کافی برای مقابله با شوک‌های وارده را ندارد. از این رو، توجه به تاب‌آوری در تصمیم‌گیری‌های اقتصادی و مدیریت شهری بسیار مهم است.

کلیدواژه‌ها: آلودگی هوا، رشد اقتصادی، اکوسیستم، آشوب، تاب‌آوری، بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف.

طبقه‌بندی JEL: Q53, Q54.

* استادیار اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، amadeh@gmail.com

** دانشجوی دکتری اقتصاد نفت و گاز، گرایش بازارها و مالی، دانشگاه علامه طباطبایی، meahrari@yahoo.com

*** دانشجوی کارشناسی ارشد، اقتصاد محیط زیست، دانشگاه علامه طباطبایی (نویسنده مسئول)

ma.ghodsi1369@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۶/۲۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۹/۵

۱. مقدمه

یکی از بزرگ‌ترین مشکلات کلان‌شهر تهران در سال‌های گذشته و به‌خصوص دهه اخیر بحث آلودگی هوای آن بوده است. تهران، اصلی‌ترین مرکز اقتصادی ایران و نماد رشد و توسعه کشور، وضعیت مناسبی از لحاظ آلاینده‌های هوا ندارد. گسترش شهرنشینی و توسعه شهرها به‌همراه افزایش شتابان جمعیت و توسعه فعالیت‌های صنعتی با مصرف بی‌رویه سوخت‌های فسیلی به‌شدت آلودگی‌ها را افزایش داده است که عواقب آن در درجه اول به‌صورت امراض و بیماری‌های تنفسی و تشدید بیماری‌های قلبی و ریوی متوجه ساکنان شهرها می‌شود و در مرحله بعد عاملی در تشدید نوسانات اقلیمی است و تأثیرات زیست‌محیطی دارد (Chappelka, 2007).

درحال حاضر، تهران از آلوده‌ترین شهرهای جهان معرفی شده است (Graedel and Crutzen, 1993). تهران بالاترین سهم فعالیت آموزشی، اداری، اجتماعی، و فرهنگی را دارد. با توجه به آمار به‌دست‌آمده درباره بیماری‌های گوناگون و مرگ‌ومیر ناشی از آلودگی، پایتخت ایران بالاترین مرگ‌ومیر را دارد. از طرف دیگر، به‌واسطه آلودگی، بازده نیروی انسانی کاهش داشته و خستگی اعصاب جزئی جدایی‌ناپذیر از زندگی شهروندان تهرانی شده است. یکی از مهم‌ترین تأثیرات آلودگی هوا بر نوسانات اقلیمی تهران و پیامدهای مختلف ناشی از آن است (روشن و همکاران، ۱۳۸۸). در بیش از دو‌بیست روز از ایام سال غلظت ذرات معلق آن‌چنان بالاست که گستره دید کامل را به کم‌تر از ۵۰۰ متر کاهش می‌دهد. نخستین زنگ خطر جدی درباره آلودگی هوای تهران در سال ۱۳۷۴ به‌صدا درآمد. در آن هنگام نزدیک به ۱۰۰ نفر از کارشناسان و مدرسان حوزه‌های مرتبط محیط زیست، جغرافیا، و شهرسازی در پی نشستی در سالن اجتماعات پارک‌شهر متنی موسوم به بیانیه «هوای تهران ۱۳۷۴» را منتشر کردند که در آن برای نخستین‌بار از آلودگی هوای تهران به‌منزله «بحران ملی»، که راه مقابله با آن «عزم ملی» است، نام برده شد. این بیانیه عمدتاً بر آثار بهداشتی و بیماری‌زای آلودگی هوا تأکید داشت و نویسندگان آن کوشیدند بر این نکته پافشارند که یکی از عوامل عمده همه‌گیری نگران‌کننده بیماری‌هایی هم‌چون افسردگی، اضطراب، و انواع ناراحتی‌های تنفسی در تهران آلودگی هوا بوده است و این پدیده را می‌بایست از جمله عوامل درخور توجه مرگ‌ومیر در تهران به‌شمار آورد. البته، این بیانیه آن‌قدر بازتاب نیافت که بتوان تصور کرد هم‌چون مانیفیستی برای همه

فعالیت‌های بعدی مقابله با آلودگی هوا بود که مورد توجه قرار می‌گرفت و آثار زیست‌محیطی، اقتصادی، اجتماعی، و فرهنگی (از نظر تأثیری که بر تخریب و رنگ‌باختگی آثار تاریخی، معماری، و فرهنگی دارد) این پدیده فراموش شده است. شاید دلیل این امر این باشد که آماری که سه سال بعد از بیانیه «هوای تهران ۱۳۷۴» از سوی جایکا (کنسرسیومی از مشاوران بین‌المللی که با محوریت کارشناسان ژاپنی طرح جامع برای کاهش آلودگی هوای تهران را تدوین کردند) منتشر شده بود، بسیار هول‌انگیز بود: آلودگی هوا سالانه بین ۷ تا ۹ هزار نفر را در تهران می‌کشد! یعنی به‌طور متوسط سالانه هشت هزار نفر و تقریباً هر ساعت یک نفر (بخشی خانگی، <http://www.mohitesabs.blogsky.com/category/cat-76>).

به گزارش بانک جهانی، ضرر و زیان مالی ناشی از آلودگی هوا در ایران در سال ۲۰۰۱ (۱۳۷۹) حدود ۷ میلیارد دلار ارزیابی و برآورد شد که اگر سیاست‌های تولید و مصرف انرژی در ایران اصلاح نشود ضرر و زیان ناشی از آلودگی هوا از سوی بخش حمل‌ونقل به ۸/۴ میلیارد دلار خواهد رسید. مبلغ ۱/۱ میلیارد دلار هزینه‌های جانبی آلودگی هوا براساس محاسبه فوق‌الذکر و با احتساب هر دلار ۸۶۵ تومان معادل ۹۸۱/۵ میلیارد تومان می‌شود. این رقم دو برابر کل فصل خدمات درمانی در بودجه ۱۳۸۳ و معادل ۴۱۵ میلیارد تومان است. مقایسه رقم فوق با بودجه‌های درمانی ۱۳۸۳ کشور اهمیت این موضوع را نشان می‌دهد (همان).

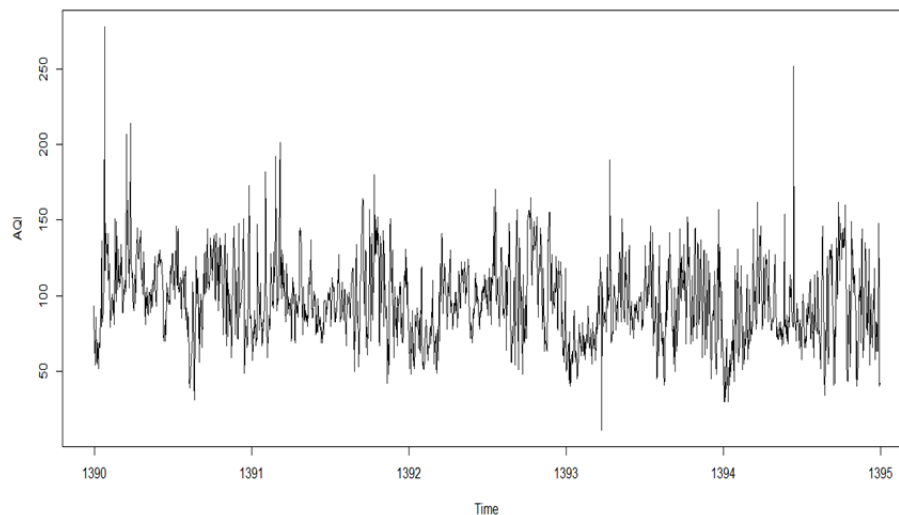
سؤال اصلی ما در این تحقیق بررسی تاب‌آوری اکوسیستم تهران در برابر آلاینده‌های وارد به آن است. این‌که آیا اکوسیستم تهران می‌تواند در برابر این حجم از آلاینده‌ها تاب‌آور باشد و عملکرد اکوسیستمی خود را به‌خوبی انجام دهد؟ به این منظور ابتدا درباره مفهوم تاب‌آوری بحث و بررسی می‌شود و پس از آن با استفاده از بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به سنجش و محاسبه تاب‌آوری پرداخته شده است. برای این منظور از اطلاعات ۵ ساله (۱۳۹۰-۱۳۹۴) مربوط به شاخص کیفیت هوا (air quality index) استفاده شده که شامل ۱۸۲۶ داده است و به‌صورت میانگین روزانه‌اند.

پژوهش حاضر یکی از اولین مطالعات مربوط به تاب‌آوری با استفاده از نمای لیاپانوف در ایران است. در سطح بین‌المللی نیز مطالعات تاب‌آوری با این شیوه بسیار نادر است و از آنجایی که در تحقیقات پیشین به‌صورت مشخص به بحث اندازه‌گیری و سنجش تاب‌آوری با استفاده از نمای لیاپانوف برای مباحث زیست‌محیطی پرداخته نشده، پژوهش

حاضر از مجموعه ای از مطالعات مربوط به مسائل زیست محیطی و مقالات مربوط به سنجش آشوب بهره برده است.

۲. داده‌ها و اطلاعات

اطلاعات مورد نیاز از وبسایت شرکت کنترل کیفیت هوای شهر تهران دریافت شده است. بازه زمانی مورد مطالعه از ۱۳۹۰/۱/۱ تا ۱۳۹۴/۱۲/۲۹ است. این داده‌ها به صورت میانگین روزانه شاخص کیفیت هوا و شامل ۱۸۲۶ داده (روز) است.

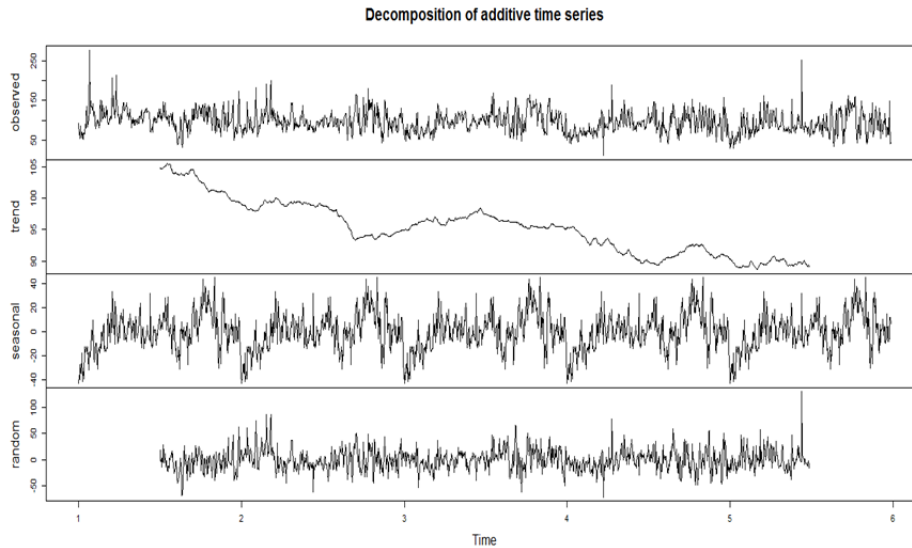


شکل ۱. شاخص کیفیت هوا برای بازه زمانی ۱۳۹۰-۱۳۹۴

مأخذ: شرکت کنترل کیفیت هوای شهر تهران

از آنجایی که ممکن است رفتارهای فصلی مربوط به انتشار آلاینده‌ها روی مقادیر محاسبه شده اثرگذار باشد و باعث گمراهی محققان شود، بدین منظور با استفاده از دو روش روند خطی موجود از سری زمانی جدا شده و محاسبات روی پسماندهای حاصل انجام شده است.

در روش اول سری زمانی با استفاده از دستور DECOMPSE در نرم‌افزار R به ۳ بخش روند، تأثیر فصلی، و بخش پسماند (تصادفی) تجزیه و بزرگ‌ترین نمای لیپانوف برای بخش روند و پسماند محاسبه شد تا تأثیر روندهای فصلی از محاسبات خارج شود.



شکل ۲. سری زمانی شاخص کیفیت هوا (AQI) و بخش‌های روند، فصلی، و تصادفی
 مأخذ: یافته‌های تحقیق

در روش دوم مانایی سری زمانی موجود با استفاده از آمارهٔ دیکی – فولر تعمیم‌یافته (ADF) بررسی شد. سری زمانی مورد مطالعه مانا بوده و مدل $ARMA(4,1)$ انتخاب شد. در این روش نیز محاسبات بر روی پسماند حاصل انجام شده است تا از درستی محاسبات اطمینان حاصل شود.

۳. مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

برای سنجش وضعیت هوا از شاخص کیفیت هوا (AQI) استفاده می‌شود. این شاخص براساس میزان انتشار ۶ آلاینده محاسبه می‌شود. در جدول زیر نحوهٔ طبقه‌بندی کیفیت هوا با توجه به میزان این شاخص نشان داده شده است.

جدول ۱. شاخص کیفیت هوا (AQI) و رنگ‌های مربوط به هر گروه

مقدار	کیفیت هوا	رنگ مشخص‌کننده
۵۰-۰	پاک	سبز
۱۰۰-۵۱	متوسط (سالم)	زرد

نارنجی	ناسالم برای گروه‌های حساس	۱۰۱-۱۵۰
قرمز	ناسالم	۱۵۱-۲۰۰
بنفش	بسیار ناسالم	۲۰۱-۳۰۰
قهوه‌ای	خطرناک	۳۰۱-۵۰۰

مأخذ: گزارش‌های سالیانه کیفیت هوای شهر تهران، سازمان کنترل کیفیت هوای شهر تهران.

براساس گزارش کیفیت هوای تهران، طی سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴، تعداد روزهای پاک در تهران در یک سال از لحاظ شاخص کیفیت هوا به بیش از ۲۵ روز نرسیده و اصلی‌ترین عامل آلودگی هوا در این ۵ سال ذرات معلق بوده است.

بنابراین هوای پاک برای تهران بسیار ارزشمند است. از آنجایی که هوا جزء کالاهای عمومی است، پس برای آن بازاری وجود ندارد و نمی‌توان آن را قیمت گذاری کرد. در این مواقع در اقتصاد محیط زیست بحث ارزش گذاری مطرح می‌شود و اولین قدم در بحث ارزش گذاری بررسی ظرفیت اکوسیستم تهران در مقابل این آلاینده‌هاست.

مفهوم تاب‌آوری عمدتاً بر این فرضیه بنا شده که حالات مختلف سیستم شامل نقاط تعادل گوناگون است. به عبارت دیگر، فرض می‌شود که تکامل سیستم‌ها (اقتصادی، زیست‌محیطی، و غیره) با جابه‌جایی این سیستم‌ها از یک حالت تعادل (یا دامنه پایداری) به حالت تعادل دیگر انجام می‌شود.

در این زمینه دو راه مختلف برای تعریف تاب‌آوری در پیش گرفته می‌شود:

۱. تعریف پرینگ: این تعریف به خواص سیستم حول تعادل پایدار برمی‌گردد که عمدتاً برگرفته از تعریف پیم (۱۹۸۴) است که تاب‌آوری سیستم را اندازه‌گیری سرعت بازگشت سیستم به حالت تعادل می‌داند (پیم، ۱۹۸۴؛ Perrings, 1994).

۲. تعریف هولینگ: این تعریف به میزان اختلالی (شوک) اشاره دارد که یک سیستم می‌تواند قبل از حرکت از یک حالت به حالت دیگر جذب کند (Holling, 1992).

هولینگ نوع دیگری از تقسیم‌بندی را نیز ارائه کرده که از دو تعریف قبل کاربردی‌تر است. او در مقاله خود (Holling, 1996) تاب‌آوری را به تاب‌آوری مهندسی (engineering resilience) و تاب‌آوری زیست‌محیطی (ecological resilience) تقسیم‌بندی می‌کند.



شکل ۳. تاب‌آوری مهندسی و زیست‌محیطی

مأخذ: Liao et al., 2012.

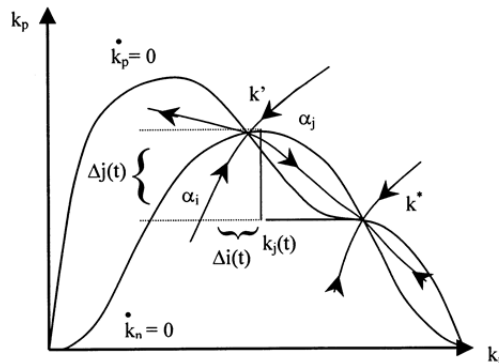
برای تبیین این مدل از شکل ۳ استفاده می‌شود که در آن توپ نماد سیستم، سطحی که توپ روی آن قرار دارد بیان‌گر حالت (محیط و فضای) که سیستم در آن است، و بخش U شکل هم بیان‌گر دامنه پایداری سیستم است. نکته اصلی در تعریف تاب‌آوری مهندسی قرارگرفتن سیستم در (یا نزدیک) یک نقطه تعادل کلی است. در این مدل تاب‌آوری مهندسی رابطه‌ای معنادار با شیب بخش U شکل خواهد داشت. در طرف دیگر تاب‌آوری زیست‌محیطی بیان‌کننده این است که برای یک سیستم می‌تواند دو یا چند نقطه تعادل وجود داشته باشد (منظور از نقطه تعادل بخش زیرین قسمت U شکل است که در صورت افتادن توپ در آن توپ پس از نوسان در قسمت زیرین ساکن می‌شود). در این جا فرض می‌شود که سیستم پویاست و توپ مدام در حال حرکت است و یک اختلال (شوک) باعث خواهد شد توپ در دامنه خود نوسان کند و یا به دامنه دیگر منتقل شود و در آن جا نوسان کند. اندازه‌گیری تاب‌آوری زیست‌محیطی نیازمند تعداد بیش‌تری متغیر و داشتن اطلاعات بیش‌تر از وضعیت سیستم است (Walker et al., 2004; Desjardins et al., 2015).

بررسی و محاسبه تاب‌آوری زیست‌محیطی به دلیل وجود متغیرهای فراوان، که در رفتار آن دخیل‌اند، به مراتب دشوارتر از بررسی و محاسبه تاب‌آوری مهندسی است. محققان حوزه تاب‌آوری معتقدند به‌طور کلی دو عامل در تاب‌آوری سیستم‌ها مؤثرند (Perrings, 2006):

۱. ظرفیت انعطاف‌پذیری (adaptive capacity): عمدتاً به نبود تجانس و ناسازگاری موجود در یک سیستم مربوط می‌شود (به عبارتی به تنوع نهادها و سرمایه‌های موجود در یک سیستم اجتماعی اشاره دارد) (Carpenter et al., 2001; Bengtsson et al., 2003)
۲. مقاومت (robustness): به آن دسته از ویژگی‌های سیستم اشاره می‌کند که به سیستم اجازه می‌دهد در مقابل شوک‌های وارده، بدون دخالت خارجی، رفتار تطابقی مناسب را انجام دهد (Webb and Levin, 2005).

در شکل ۴ $K_p(t)$ و $K_n(t)$ متغیرهای حالت‌اند، درحالی که K^* نشان‌دهنده نقطه تعادل است که با یک مخروط جاذب با مختصات α_i و α_j و ... احاطه شده است. از این شکل می‌توانیم بلافاصله یک عنصر جالب را، که معرف تفاوت تعاریف تاب‌آوری و تعریف معمول پایداری است، تشخیص دهیم و آن این‌که «اندازه‌گیری تاب‌آوری در همان سیستم می‌تواند با تغییر جهت اختلال تغییر یابد». اجازه دهید در این‌جا به تعریف پرینگ (۱۹۹۴) توجه کنیم:

تاب‌آوری یک سیستم در بعضی نقاط در مخروط تعادل پایدار موضعی؛ k^* : نسبت به تغییر در هریک از متغیرهای حالت آن سیستم؛ عبارت است از حداکثر اختلالی که آن متغیرها می‌توانند بدون آن‌که باعث شوند سیستم همسایگی $-j$ را ترک کند؛ تحمل کند (رجبانی و همکاران، ۲۰۰۲).



شکل ۴. اندازه‌گیری تاب‌آوری سیستم بر اساس نظر هولینگ

مأخذ: Perrings, 1994.

اندازه‌گیری تاب‌آوری سیستم در جهت i یا j برابر است با $K_i(t) - \alpha_i$ و $K_j(t) - \alpha_j$ ؛ این بدین معنی است که:

الف) نقطه‌ای از سیستم که در نزدیکی مرز مخروط جاذب قرار دارد تاب‌آوری کم‌تری از نقطه‌ای در نزدیکی نقطه تعادل دارد؛

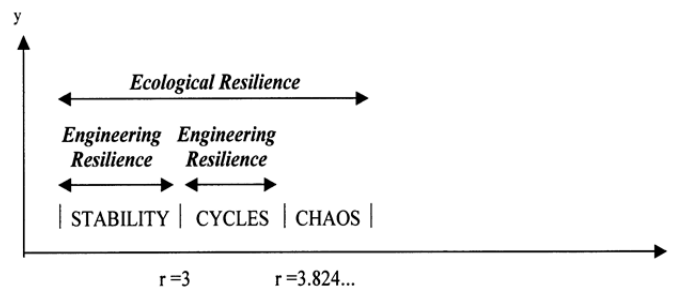
ب) تاب‌آوری برای جهت‌های مختلف اختلال متفاوت است؛

ج) اگر سیستم بر اثر مقداری اختلال تاب‌آوری از دست بدهد (یعنی $K_i(t) - \alpha i$ منفی باشد)، در نتیجه سیستم از یک مخروط جاذب به مخروط جاذب دیگر از مجرای αii جابه‌جا خواهد شد (یعنی K در شکل ۲) (رجیانی و همکاران، ۲۰۰۲).

اجازه دهید در این جا برای مثال به معادله شناخته‌شده لجستیک و رهولست در فضای گسسته توجه کنیم:

$$y(t+1) = ry(t)(1-y(t))$$

با تحلیل فازی - فضایی مربوطه (y نسبت به r) کاملاً واضح است که برای مقادیر $3 < r < 3.824$ معادله لجستیک قبل از رسیدن به زمان شوک در $r = 3.824$ شروع به نوسان می‌کند.



شکل ۵. تاب‌آوری زیست‌محیطی و مهندسی برای معادله لجستیک در حالت گسسته
مأخذ: همان.

تاب‌آوری مهندسی تعریف‌شده در بالا را می‌توان با دوره پایداری و دوره نوسانات برای تابع لجستیک تجزیه و تحلیل کرد. اما علاوه بر دو دوره مذکور، برای سیستم زیست‌محیطی می‌توان در دوره آشوب نیز خواص سیستم برای پافشاری یعنی ظرفیت آن برای جذب امواج سهمگین نوسانات را منعکس کرد.

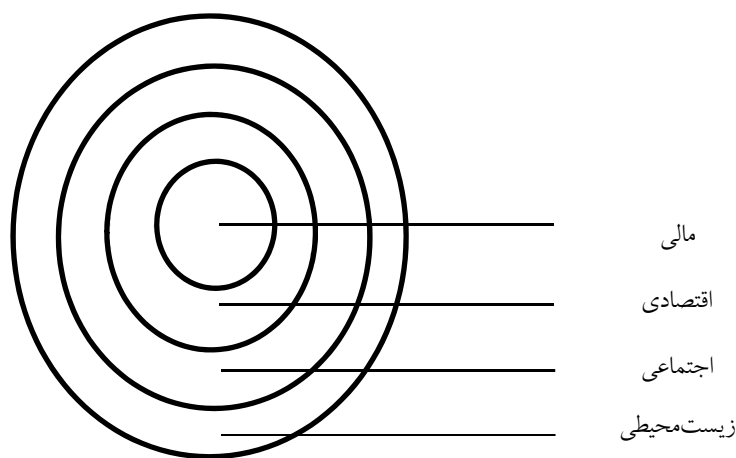
حال می‌توانیم تفاسیر مفهوم تاب‌آوری را با استفاده از معادله لجستیک گسسته به منزله مثالی قوی مرور کنیم (شکل ۵). اما چگونه می‌توان ظرفیت یک سیستم را که در برابر/ یا نمایش‌گر این ناحیه چندتعادلی (یعنی دامنه تاب‌آوری) قرار می‌گیرد قبل از تغییر ساختارش اندازه‌گیری کرد؟ واضح است که برای تحلیل تاب‌آوری سیستم‌های پویای با ابعاد بزرگ یا

شبکه‌هایی با تعداد توالی پارامتر، که اصطلاحاً «پیچیده» نامیده می‌شوند، به‌خصوص در مطالعات تجربی مشکلاتی رخ خواهد داد (همان).

روشن است که از نقطه‌نظر تجربی در به‌کارگیری روش هولینگ برای اندازه‌گیری تاب‌آوری مشکلاتی ظاهر می‌شود. برای مثال، چگونه می‌توان اندازه‌مخروط جاذب را اندازه‌گیری کرد؟ پرینگ برای این کار نمای لیپانوف را مطرح کرده که در نوع خود بسیار مهم است. اگرچه در این زمینه تعریف پیچیده‌تری است، اما باید توجه داشت که موضوع اندازه‌گیری تاب‌آوری به‌خصوص در موضوعات اقتصادی - اجتماعی هم‌چنان بسیار مشکل است و به توجه بیشتری نیاز دارد (همان).

برای نشان‌دادن اهمیت بررسی تاب‌آوری در حوزه‌های مختلف شکل ۶ ارائه شده است. سیستم‌های اجتماعی و اقتصادی را نمی‌توان به‌منزله مجموعه‌ای جدا از سیستم زیست‌محیطی دانست (Greenham et al., 2013).

بنابراین بررسی تاب‌آوری زیست‌محیطی را می‌توان قدمی برای رسیدن به بررسی تاب‌آوری در حوزه‌های اقتصادی و مالی دانست.



شکل ۶. رابطه تاب‌آوری در حوزه‌های مختلف با هم

مأخذ: *ibid*.

در ادامه برای اندازه‌گیری تاب‌آوری مهندسی از نمای لیپانوف استفاده شده است. اندازه‌گیری تاب‌آوری مهندسی قدم اول در راستای اندازه‌گیری تاب‌آوری زیست‌محیطی است. در این مقاله این مهم با استفاده از اطلاعات شاخص کیفیت هوا (AQI) محاسبه شده

است. با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف می‌توان روند غیر تاب‌آور (ناپایدار) در زمینه تاب‌آوری مهندسی را نشان داد. بنابراین مثبت بودن نمای لیاپانوف^۱ به معنای تاب‌آور نبودن سیستم در برابر شوک‌های وارده به آن تلقی می‌شود.

ابریشمی و همکاران (۱۳۸۱) وجود آشوب در سری زمانی قیمت‌های آتی نفت «۱۹۹۶-۱۹۹۹» را بررسی کردند. بدین منظور از دو روش تخمین بعد هم‌بستگی (CD) و بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (LLE) برای اثبات وجود آشوب و از تحلیل R/S یا نمای هرست (HE) برای تشخیص غیر تصادفی بودن سری استفاده شد. به این ترتیب، فرضیه غیر تصادفی و غیر خطی بودن ساختار سری زمانی قیمت‌های آتی نفت مورد آزمون قرار گرفت. به عبارت دیگر، بررسی شد که آیا می‌توان مدل غیر خطی دینامیکی را برای سری زمانی قیمت‌های آتی نفت پیشنهاد کرد تا به تبع آن بتوان پیش‌بینی دقیق و صحیحی را برآورد کرد.

مشیری و فروتن (۱۳۸۳) وجود آشوب در ساختار سیستم مولد قیمت نفت خام شاخص WTI را در بازه زمانی ۱۹۸۳-۲۰۰۳ بررسی کرده‌اند. بدین منظور آن‌ها از نمای لیاپانوف و بعد هم‌بستگی به‌منزله آزمون‌های مستقیم آشوب و آزمون‌های BDS و شبکه عصبی به‌منظور مطالعه غیر خطی بودن این ساختار استفاده کرده‌اند. نمای لیاپانوف به‌دست آمده مثبت بوده و مقدار بعد هم‌بستگی حاصل نیز حدود ۰/۵ بوده است که این دو نشان‌دهنده آشوب در این سری زمانی‌اند.

مشیری و مروت (۱۳۸۴) در مقاله‌ای به بررسی وجود آشوب در شاخص‌های بازدهی روزانه و هفتگی قیمت سهام بازار بورس تهران (TEPIX) در بازه زمانی ۱۳۷۷-۱۳۸۲ پرداختند. نتایج آزمون بزرگ‌ترین نماهای لیاپانوف، که آزمون مستقیمی برای فرایندهای غیر خطی معین است، بر وجود آشوب در شاخص‌های بازدهی قیمت کل سهام بازار بورس تهران دلالت دارد. این نتیجه بر ناکارایی بازار سهام و در نتیجه قابلیت پیش‌بینی کوتاه‌مدت آن دلالت دارد که می‌تواند رهنمودی سیاستی مبنی بر شناخت عوامل ناکارایی بازار مانند شفاف نبودن جریان اطلاعات و اقدام در جهت رفع آن‌ها داشته باشد. هم‌چنین، برای مدل‌سازی، به‌ویژه پیش‌بینی شاخص قیمت‌های سهام، استفاده از مدل‌های غیر خطی به‌جای مدل‌های معمول خطی مناسب‌تر است.

معینی و همکاران (۱۳۸۵) در مقاله‌ای به بررسی آشوب‌ناکی سری زمانی قیمت نفت در سال‌های ۱۹۹۸-۲۰۰۰ پرداخته‌اند و پس از آن برای پیش‌بینی قیمت نفت از ترکیب نمای لیاپانوف با تابع لجستیک بهره برده‌اند و مقدار نمای لیاپانوف را ۱/۲۵ به‌دست آورده‌اند.

قاهری و همکاران (۱۳۹۱) در مقاله خود به بررسی آشوب‌ناکی جریان آب رودخانه اهرچای (بازه زمانی ۱۹ ساله) پرداخته‌اند. زمان تأخیر و بعد محاط محاسبه شده به ترتیب ۶۵ و ۱۳ و بعد فراکتالی نیز ۴ بوده است. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده دقت مناسب نظریه آشوب در پیش‌بینی جریان آب این رودخانه است.

رستمی و همکاران (۱۳۹۰) در مقاله‌ای به بررسی رفتار قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران با تئوری آشوب پرداختند. آن‌ها اطلاعات ۳۱ شرکت برای بازه زمانی ۱۳۸۰-۱۳۸۸ را مطالعه کردند و نمای لیاپانوف را با دو روش روزن اشتاین و تیلور تخمین زدند که هر ۲ روش تأییدکننده وجود آشوب بوده‌اند.

پریور و همکاران (۱۳۹۲) در مقاله‌ای بسط راه‌بردهای پایداری اکولوژیک برای افزایش تاب‌آوری محیط‌زیست را برای مناطق شهری ۱ و ۳ تهران بررسی کردند. آن‌ها از مدل مفهومی البرتی و همکارانش بهره بردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که در مدت ۲۲ سال فضای سبز ۱۴۱۲ هکتار کاهش یافته است و درمقابل اراضی ساخته شده ۲۴۳۵ هکتار افزایش یافته است.

پریور و همکاران (۱۳۹۱) در مقاله‌ای به بررسی چهارچوب ارزیابی راه‌بردی محیط‌زیستی طرح‌های توسعه شهری براساس تفکر تاب‌آوری پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که چهارچوب‌هایی که تاکنون به کار گرفته شده است، برای تحلیل سیستم‌های پیچیده اجتماعی اکولوژیکی به‌ویژه شهرها کارایی لازم را ندارد. از این رو، ضرورت دارد از رویکردهای نوین مانند تفکر تاب‌آوری و اکولوژی شهری در ارزیابی راه‌بردی محیط‌زیستی برای برآورد اهداف توسعه پایدار و کاهش عدم قطعیت استفاده شود. درنهایت آن‌ها چهارچوبی سه‌مرحله‌ای پیش‌نهاد می‌کنند که در مرحله اول این چهارچوب تاب‌آوری عمومی بستر محیط‌زیست شهری به‌صورت کلی از طریق معیارهای سنجش تاب‌آوری عمومی ارزیابی می‌شود. مرحله دوم سنجش تاب‌آوری بستر نسبت به طرح توسعه پیش‌نهادی است و مرحله سوم عبارت است از بسط مدیریت تطبیقی برای فراهم‌آوردن سیستمی انعطاف‌پذیر به منظور مشارکت افراد ذی‌نفع و ذی‌نفوذ و نیز پایش اثرها.

طباطبایی (۱۳۹۲) در مقاله‌ای مدیریت شهری - زیست محیطی تهران را در ۳ دوره قاجار، پهلوی، و انقلاب اسلامی بررسی کرده است. او برای کار خود از روش SWOT استفاده کرده و نتایج تحقیق او بیان‌گر این است که سیاست‌های اجتماعی شهر تهران به‌طور

کامل در راستای سیاست‌های زیست‌محیطی قرار نگرفته است و همین امر پایداری زیست‌محیطی تهران را به تعویق می‌اندازد.

جعفریان و همکاران (۱۳۹۳) در مقاله خود الگویی را استخراج کرده‌اند که الگوی معرفی شده در مقاله آن‌ها از اهداف سند توقف کامل تخریب سرزمین اقتباس شده است. این سند به‌طور خاص الگوی جامعی را برای استقرار مدیریت پایدار سرزمین و نیز احیای اراضی تخریب‌یافته معرفی کرده و به معرفی عواملی پرداخته است که برای تعمیم نتایج حاصل از مدیریت پایدار سرزمین به‌کار گرفته می‌شوند.

یو و همکاران (۲۰۱۱) در مقاله‌ای به بررسی روند ده‌ساله شاخص آلودگی هوا برای شهر لانژو چین پرداختند. آن‌ها برای بازسازی فضای فاز پارامترهای بعد نشاننده و زمان تأخیر را به ترتیب با روش‌های کائو و تابع اطلاعات متقابل به‌دست آوردند ($m=11, \tau=3$). بزرگ‌ترین نمای لیپانوف محاسبه‌شده مثبت بوده، یعنی شاخص آلودگی هوا روندی آشوب‌ناک داشته و مقدار بعد هم‌بستگی (بعد جاذب) برابر $3/49$ بوده و این یعنی عوامل اصیل دخیل در روند انتشار آلاینده‌های شهر لانژو ۴ مورد بوده است.

لی و لین (۲۰۰۸) در مقاله‌ای به بررسی آشوب‌ناک‌بودن سری‌های زمانی انتشار آلاینده‌های هوا پرداختند. آن‌ها در مقاله خود هر ۵ آلاینده ($NO, NO_2, SO_2, PM_{10}, CO$) را بررسی کردند و پارامترهای نمای لیپانوف، بعد هم‌بستگی، و آنتروپی کولموگروف را برای این آلاینده‌ها محاسبه کردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده آشوب‌ناکی این سری‌های زمانی برای هر ۵ آلاینده از منظر هر ۳ پارامتر مورد محاسبه بوده است.

مشیری و فروتن (۲۰۰۴) در مطالعه‌ای به بررسی وجود آشوب در سری زمانی قیمت آتی نفت خام (NYMEX) برای بازه زمانی ۴ اپریل ۱۹۸۳ تا ۱۳ ژانویه ۲۰۰۳ پرداختند. آن‌ها برای کشف ساختار غیرخطی و آشوب‌ناک از بعد محاط، آزمون BDS، آزمون بزرگ‌ترین نمای لیپانوف، و آزمون شبکه‌های عصبی بهره بردند. نتایج نشان‌دهنده وجود رفتار آشوبی در سری زمانی مورد مطالعه بود و شبکه عصبی مصنوعی (ANN) نیز در پیش‌بینی عملکرد پذیرفتنی‌ای داشت.

سالینی و پرز (۲۰۱۵) در مقاله خود به بررسی آشوب‌ناکی آلاینده ذرات کم‌تر از $2/5$ میکرون ($PM_{2.5}$) در شهر سانتیاگو شیلی پرداختند. بازه زمانی مورد مطالعه آن‌ها سال‌های ۲۰۰۰-۲۰۰۶ بود. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده وجود آشوب و مقدار بزرگ‌ترین نمای لیپانوف بین $0/3$ و $0/5$ بوده است.

اسپینوسا و گوریگویتا (۲۰۱۲) در پژوهشی به بررسی پایداری کشورهای حوزه یورو در مقابل بحران مالی سال ۲۰۰۷ پرداختند. آن‌ها این پایداری را با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف طی ۵ سال انجام دادند و برای داده‌های « Credit Default Swap/ CDS » و نتایج آن‌ها نشان‌دهنده اقدامات مناسب و به‌موقع آلمان در مقابل این بحران‌ها بود و کوچک‌ترین نماهای لیاپانوف برای آلمان و به‌تبع آن پایدارترین اقتصاد هم برای آن کشور بوده است.

رجیانی و همکاران (۲۰۰۲) در مقاله خود به بررسی تاب‌آوری آلمان غربی در حوزه بازار کار پرداختند. آن‌ها برای این منظور از نمای لیاپانوف بهره بردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده پایداری کم صنایع تولیدی (مصرفی) و ساختمان‌سازی در مقایسه با سایر بخش‌ها بود.

۴. روش پژوهش

۱.۴ بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف

آزمون توان لیاپونوف براساس این ویژگی سری‌های آشوبی است که نقاط مجاور در این سری‌ها به‌مرور زمان از هم جدا و نسبت به هم واگرا می‌شوند. توان لیاپونوف این واگرایی را به‌وسیله یک تابع نمایی اندازه‌گیری می‌کند. محاسبه توان لیاپانوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی، که در حرکت سیستم رخ می‌دهد، انجام می‌شود. در واقع، در این روش سرعت متوسطی که مسیرهای انتقالی دوقطه‌ای که در ابتدا به هم نزدیک بوده‌اند به‌طور نمایی از یک‌دیگر منحرف می‌شوند محاسبه می‌شود. اگر بزرگ‌ترین توان محاسبه‌شده لیاپانوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم دارای رفتار آشوبی است و به‌عکس (مشیری، ۱۳۸۱). ماکسیمم نمای لیاپانوف یکی از مهم‌ترین معیارهای تشخیص پایداری و یا عدم پایداری سیستمی پویاست. شرط لازم برای آن‌که یک سیستم پویا آشوبی باشد آن است که ماکسیمم توان لیاپانوف مثبت باشد (مشیری و فروتن، ۱۳۸۳، ۲۰۰۷, Vandrovyeh).

اگرچه یکی از ویژگی‌های مهم سیستم‌های پویا حساسیت آن‌ها به شرایط اولیه است، تعیین کمی میزان این حساسیت کار ساده‌ای نیست. نمای لیاپانوف یکی از ابزارهایی است که به این منظور به‌کار می‌رود. نمای لیاپانوف به همان سبک و سیاق محاسبه مقادیر ویژه (eigen values) سیستم‌های پویا محاسبه می‌شود و تاحدودی از نظر مفهوم به آن نزدیک است. مقادیر ویژه معمولاً در یک نقطه در فضای حالت، نظیر نقطه تعادل، محاسبه می‌شوند، حال آن‌که

نمای لیاپانوف متوسط‌گیری هندسی در مسیر پایدار سیستم است. برخلاف مقادیر ویژه، که می‌تواند مختلط نیز باشد، نمای لیاپانوف همواره عددی حقیقی است. نظیر مقادیر ویژه تعداد نمای لیاپانوف با بُعد سیستم برابر است (معینی و همکاران، ۱۳۸۵).

نمای لیاپانوف متوسط نمای فرایندی دینامیک است که نرخ واگرایی یا هم‌گرایی مسیرهای حالت را در فضای فاز نشان می‌دهد. واگرایی مسیر حالت نشان‌دهنده آن است که سیستمی با تفاوت‌های جزئی در شرایط اولیه با گذشت زمان دارای مسیرهای حالتی بسیار متفاوت با هم می‌شود و قابلیت پیش‌بینی در این‌گونه فرایندها به سرعت از بین می‌رود. طبق تعریف، هر سیستم با داشتن حداقل یک نمای لیاپانوف مثبت سیستمی آشوب‌گونه خوانده می‌شود. عکس اندازه نمای مربوط متناسب با زمانی است که بعد از آن زمان فرایند دینامیک غیرقابل پیش‌بینی خواهد شد (Takens, 1981). برای سیستم‌هایی که معادلات حرکت آن‌ها مشخص و شناخته شده است، روش سراسری برای محاسبه نماهای لیاپانوف آن وجود دارد (Wolf et al., 1985; Kaplan and Yorke, 1979). این روش برای سری‌های زمانی استفاده نمی‌شود.

λ می‌تواند مقادیر مثبت، منفی، و صفر را به شرح زیر اختیار کند:

۱. اگر $\lambda < 0$ باشد، آن‌گاه یک نقطه ثابت یا یک چرخه متناوب پایدار خواهیم داشت. به عبارت دیگر، تمام نقاط اولیه انتخابی به سمت یک نقطه ثابت یا چرخه متناوب هم‌گرا خواهند شد، به این سیستم‌ها پایدار مجانب (asymptotic stability) می‌گویند. با افزایش منفی $(\lambda \rightarrow -\infty)$ پایداری سیستم افزایش می‌یابد، به طوری که برای $\lambda = -\infty$ یک نقطه ثابت یا یک چرخه متناوب فوق‌پایدار (super stable) وجود دارد.

۲. اگر $\lambda = 0$ باشد، سیستم فقط حول یک نقطه ثابت نوسان می‌کند. در این حالت هر نقطه اولیه انتخابی حول یک چرخه حدی پایدار نوسان می‌کند. این نوع سیستم پایدار لیاپانوف (Lyapunov stability) نام دارد.

۳. اگر $\lambda > 0$ باشد، هیچ نقطه ثابت و یا چرخه متناوب پایداری وجود ندارد. درحقیقت نقاط ناپایدار (unstable) ولی سیستم کران‌دار و آشوب‌ناک است. در این حالت، به دلیل حساسیت بالا به شرایط اولیه مسیرهای نزدیک به هم به سرعت واگرا می‌شوند (معینی و همکاران، ۱۳۸۵).

برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف دو روش وجود دارد: ۱. روش‌هایی براساس ژاکوبین و ۲. روش‌های مستقیم.

روش‌های مبتنی بر ژاکوبین زمانی استفاده می‌شوند که معادلات سیستم‌های دینامیکی شناخته‌شده باشند (Parlitz, 2016) و برای سری‌های زمانی، که معادلات دینامیکی آن‌ها نامشخص است، از روش‌های مستقیم استفاده می‌شود.

روزن اشتاین و همکارانش در مقاله خود به ۳ مشکل اصلی روش‌های موجود برای محاسبه نمای لیاپانوف اشاره می‌کنند: ۱. پاسخ‌های غیرقابل اعتماد برای داده‌های کم، ۲. محاسبات سخت و فشرده، و ۳. نسبتاً دشوار برای پیاده‌سازی. آن‌ها روشی جدید را برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف ارائه می‌دهند که برای داده‌های با حجم کم است و حساسیت کم‌تری به نویز دارد. برای مثال الگوریتم ولف مستلزم وجود داده‌های زیاد و به نویز حساس است (ملاپهرامی و همکاران، ۱۳۹۲). کانتر و همکاران (۱۹۹۹) با استفاده از مجموعه برنامه کامپیوتری تیسان (TISEAN) بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف را با روش روزن اشتاین محاسبه کرده‌اند.

۱.۱.۴ روش ولف

برای محاسبه نمای لیاپانوف براساس الگوریتم ولف، ابتدا ماتریس $m \times (N-m+1)$ بعدی از N داده اسکالر سری زمانی را ایجاد می‌کنیم. از میان این ماتریس تمام جفت‌بردارهای x_i و x_j را، که در رابطه زیر صدق می‌کنند، مشخص می‌کنیم (ابریشمی و همکاران، ۱۳۸۱):

$$r_0(m; i, j) = |x_i - x_j| < \varepsilon$$

که در آن ε مقدار کوچک مثبت است. با رشد طول زمانی n $r_n(m; i, j)$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$r_n(m; i, j) = |x_{i+n} - x_{j+n}|$$

سپس میزان واگرایی $d_n(m; i, j)$ نقاط نزدیک به هم را در فضای m بعدی به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$d_n(m; i, j) = \frac{r_n}{r_0} = \frac{|x_{i+n} - x_{j+n}|}{|x_i - x_j|} \quad (1)$$

آن‌گاه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف λ را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-n} \sum_{n=0}^{N-1} \log d_n(m; i, j) \quad (2)$$

۲.۱.۴ روش روزن اشتاین

اگر $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ یک سری زمانی مورد بررسی با حجم N باشد و x_i به صورت $x_i = [x_i, x_{i+j}, \dots, x_{i+(m-1)j}]$ تعریف شود، آن گاه $X = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_M]^T$ یک ماتریس $M \times m$ است که در آن $M = N - (m-1)j$. اگر کوچکترین فاصله بین نقطه X_j و نزدیکترین همسایگی این نقطه یعنی X_j برابر $d_j(0)$ باشد، در این صورت: $d_j(0) = \min_{x_j} \|X_j - X_j\|$ که در آن $\|\dots\|$ نرم اقلیدسی است. در این صورت بزرگترین نمای لیاپانوف به صورت زیر تعریف می شود (مشیری، ۱۳۸۱):

$$\lambda_{\max}(i) = \frac{1}{i \Delta t} \frac{1}{(M-i)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln\left(\frac{d_j(i)}{d_j(0)}\right) \quad (۳)$$

که در آن Δt فاصله زمانی نمونه مورد مطالعه و $d_j(i)$ بیانگر کوچکترین فاصله بین X_j و نزدیکترین همسایگی این نقطه بعد از i مرحله زمانی است، یعنی $i \Delta t$ (ملابهرامی و همکاران، ۱۳۹۲).

روزن اشتاین و همکارانش در مقاله خود معادله زیر را به عنوان تعریفی از بزرگترین نمای لیاپانوف ارائه می دهند:

$$d(t) = Ce^{\lambda_1 t}$$

که در آن $d(t)$ میانگین واگرایی در زمان t و C مقدار ثابتی است که میزان فاصله اولیه را نرمال سازی می کند. با توجه به رابطه بالا فرض می کنیم که زامین جفت از نزدیکترین همسایگی ها در نمای لیاپانوف داده شده تقریباً از هم دور می شوند.

$$d_j(i) \approx C_j e^{\lambda_1(i \Delta t)} \quad (۴)$$

با گرفتن لگاریتم از دو طرف معادله بالا به رابطه زیر می رسیم:

$$\ln d_j(i) \approx \ln C_j + \lambda_1(i \Delta t) \quad (۵)$$

معادله بالا نشان دهنده مجموعه ای از خطوط (برای هر $M, j=1, 2, \dots$) تقریباً موازی است که شیب هر کدام به λ_1 بستگی دارد. حال می توان بزرگترین نمای لیاپانوف را به وسیله برازش یک خط با روش حداقل مربعات (LS) بر خط میانگین، که در زیر تعریف شده است، به دست آورد.

$$y(i) = \frac{1}{\Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle \quad (6)$$

که در آن علامت $\langle \rangle$ بیان‌گر میانگین تمامی مقادیر j است. بخش کلیدی محاسبات همین پروسه میانگین‌گیری در عبارت بالاست که به ما در محاسبه مقدار دقیق h_1 در مجموعه‌های نویزدار و با حجم کوچک کمک می‌کند. عبارت C_j در معادله ۴ عمل نرمال‌سازی را انجام می‌دهد؛ اما همان‌طور که در رابطه ۵ مشاهده می‌شود عمل نرمال‌سازی برای تخمین بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف ضروری نیست (روزن اشتاین و همکاران، ۱۹۹۳). به‌منظور محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف باید وقفه زمانی τ (time lag) و بعد محاط m (Embedded dimension) را محاسبه کرد و از این مقادیر برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف استفاده کرد. برای محاسبه وقفه زمانی روش مناسب‌تر روش میانگین اطلاعات متقابل (AMI) و برای محاسبه بعد محاط روش مناسب‌تر روش کائو (Cao) است. به‌منظور از بین بردن تأثیر روندهای ناشی از رفتار فصلی و چرخه‌ای روی بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف توسط مدل ARMA و تجزیه سری زمانی، روندهای موجود در سری‌های زمانی استخراج و بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف برای پسماندهای حاصل محاسبه شده است.

۲.۴ وقفه زمانی

به‌دست آوردن برآوردی مناسب از زمان تأخیر τ بسیار بااهمیت است. به‌طوری که انتخاب مناسب آن تجزیه و تحلیل داده‌ها را آسان می‌کند. اگر τ در مقایسه با مقیاس زمانی داخلی سیستم بسیار کوچک انتخاب شود، مؤلفه‌های متوالی در بردار تأخیر به‌شدت به هم نزدیک و وابسته می‌شوند. بنابراین تمامی بردارهای x_n در فضای نشاننده m بعدی در اطراف محور قطری در فضا متمرکز می‌شوند. این پدیده در مطالعات کاسداگلی (Casdagli, 1991) افزونگی نامیده شده است (Kantz and Schreiber, 2004). از طرف دیگر، اگر τ بسیار بزرگ باشد، عناصر متوالی تقریباً مستقل‌اند و نقاط ابری بزرگ در m (اعداد حقیقی در بُعد m) را پر می‌کنند. در این حالت حتی اگر جاذب واقعی سیستم ساده باشد جاذب بازسازی شده ممکن است بسیار پیچیده باشد (ibid).

برای تقریب زمان تأخیر معمولاً از دو روش زیر استفاده می‌شود:

۱. میانگین اطلاعات متقابل (Average Mutual Information (AMI))؛

۲. تابع خودهم‌بستگی (Autocorrelation Function (ACF)).

۱.۲.۴ تابع خودهم بستگی (ACF)

در روش ACF محلی که در آن اولین مقدار ACF به صفر یا کم‌تر از مقدار کوچکی (مانند ۰/۱ یا ۰/۲) می‌رسد برابر زمان تأخیر انتخاب می‌شود (قاهری و همکاران، ۱۳۹۱).
 تابع خودهم بستگی وابستگی خطی بین دو سری زمانی را، که با استفاده از زمان تأخیر از هم جدا شده‌اند، نشان می‌دهد. در روش تابع خودهم بستگی زمان تأخیری که در آن مقدار ACF یک مقدار خاص آستانه، که نشان‌دهنده استقلال خطی باشد، به دست آید به منزله زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود. آستانه توصیه شده عبارت است از اولین مقدار زمان تأخیر که در آن ACF برابر صفر یا در صورتی که خودهم بستگی به طور نمایی تقلیل نماید، مقدار کوچکی حدود $\frac{1}{e}=0.368$ باشد (Kantz and Schreiber, 2004).

۲.۲.۴ میانگین اطلاعات متقابل (AMI)

در روش AMI زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به منزله زمان تأخیر مناسب و در روش دوم محلی که در آن اولین مقدار ACF به صفر یا کم‌تر از مقدار کوچکی (مانند ۰/۱ یا ۰/۲) می‌رسد برابر زمان تأخیر انتخاب می‌شود (قاهری و همکاران، ۱۳۹۱).

استفاده از روش AMI در مقایسه با روش ACF پرکاربردتر و مناسب‌تر است؛ چراکه روش میانگین اطلاعات متقابل علاوه بر هم بستگی خطی هم بستگی و ساختار غیرخطی را به حساب می‌آورد، ولی روش خودهم بستگی فقط هم بستگی خطی داده‌ها را بررسی می‌کند. بنابراین در بررسی سری‌های زمانی غیرخطی استفاده از AMI مناسب‌تر است. این روش را فریزر و سویینی (Fraser and Swinney) در سال ۱۹۸۶ برای انتخاب زمان تأخیر مناسب در تجزیه و تحلیل‌های غیرخطی معرفی کردند.

در روش AMI از تابع میانگین اطلاعات متقابل به منزله تابع هم بستگی غیرخطی برای تعیین زمان تأخیر مناسب استفاده می‌شود؛ به نحوی که $x(t)$ و $x(t+\tau)$ به میزان کافی از هم مستقل باشند، اما حداقل هم بستگی ممکن را داشته باشند؛ نه به شکلی که هیچ ارتباطی با یکدیگر نداشته باشند. بنابراین در روش میانگین اطلاعات متقابل زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به منزله زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود. اطلاعات متقابل برگرفته از تئوری اطلاعات یا آنتروپی شانون (Shannon entropy) است. بدین ترتیب که، با دراختیار داشتن سری مشاهدات $x(t)$ تابع چگالی احتمال $P(x(t))$

محاسبه‌شدنی است. در نتیجه تابع آنتروپی یا تابع اطلاعات $H(x(t))$ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$H(x(t)) = - \sum_{t=1}^N P(x(t)) \cdot \log_2 P(x(t)) \quad (7)$$

مفهوم آنتروپی عبارت است از میزان عدم حتمیتی که اندازه‌گیری‌های $x(t)$ به هم راه دارد. به بیان دیگر، نشان‌دهنده مقدار اطلاعاتی است که از اندازه‌گیری‌ها کسب می‌شود. به طوری که اندازه‌گیری‌های با احتمال پایین (دور از انتظار) در مقایسه با اندازه‌گیری‌های محتمل‌تر اطلاعات بیشتری را در اختیار قرار می‌دهند. حال برای محاسبه وابستگی بین $x(t)$ و $x(t+\tau)$ و به عبارتی میزان اطلاعاتی که به طور متقابل از مشاهدات $x(t)$ و $x(t+\tau)$ (که با τ به هم مرتبط می‌شوند) به دست می‌آید، تابع میانگین اطلاعات متقابل (AMI) بین $x(t)$ و $x(t+\tau)$ بدین صورت تعریف می‌شود (Cover and Thomas, 1991).

$$AMI = \sum_{t=1}^N P(x(t), x(t+\tau)) \cdot \log_2 \frac{P(x(t), x(t+\tau))}{P(x(t))P(x(t+\tau))} \quad (8)$$

اندازه‌گیری اطلاعات متقابل دو متغیر نیازمند دانستن تابع چگالی احتمال توأم است. از روش‌های متداول برای تخمین این مقدار می‌توان به روش‌های مبتنی بر هیستوگرام اشاره کرد (اسکات، ۱۹۹۲). در نهایت پس از به دست آوردن میانگین اطلاعات متقابل، با رسم نمودار تابع میانگین اطلاعات متقابل به ازای زمان تأخیرهای مختلف اولین کمینه نسبی (حداقل نسبت به نقاط همسایه) نمودار به منزله زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود^۲ (قره‌باغ و همکاران، ۱۳۹۳).

۳.۴ تعیین بعد محاط

یکی از پارامترهای مهم در بازسازی فضای فاز بعد محاط (embedded dimension) (بعد نشاننده) است. اگر m بزرگ انتخاب شود، به دلیل حرکات ناپایدار در سیستم‌های آشوب‌ناک، ریسک مغشوش شدن الگوریتم افزایش خواهد یافت (Kantz and Schreiber, 2004).

یک سیستم دینامیکی N بعدی را می‌توان با استفاده از N معادله دیفرانسیلی درجه یک با N متغیر $(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ توصیف کرد. به طوری که تکامل سیستم طی

زمان مشخص شود. به عبارت دیگر، سیستم دینامیکی را می توان با استفاده از نمودار فضای حالت، که سیر تکامل سیستم را در چند حالت اولیه نشان می دهد، نمایش داد. در نمودار فضای حالت سیر تکامل سیستم با مسیرهای حالت (trajectory) یا مدارهایی نمایش داده می شود (قره باغ و همکاران، ۱۳۹۳).

بدین ترتیب، بعد نشاننده همان تعداد N معادله دیفرانسیلی درجه یک است که توصیف کننده شرایط سیستم در فضای فازی است. برای یافتن حداقل بعد محاط از دو روش استفاده می شود:

۱. روش FNN که کنل (Kennel) و همکارانش در سال ۱۹۹۲ معرفی کردند؛
۲. روش Cao که کائو در سال ۱۹۹۷ معرفی کرد و به نوعی بهینه شده روش FNN است.

۱.۳.۴ روش شمارش نزدیک ترین همسایگی های کاذب (FNN)

یکی از روش های متداول تعیین کوچک ترین بعد محاط روش نزدیک ترین همسایگی محذوف یا FNN است. فرض کنید کوچک ترین بعد محاط برای سری زمانی $\{S_n\}$ برابر با m_0 باشد. این بدین معنی است که جاذب بازسازی شده در فضای تأخیر $m_0 -$ بعدی تصویری یک به یک از جاذب در فضای حالت اصلی است، به طوری که ویژگی های آن محفوظ بماند. بنابراین همسایگی های نقطه ای مشخص بر روی همسایگی های همان نقطه در فضای تأخیر قرار می گیرند. با توجه به این تکرار، ممکن است ساختار جاذب در ابعاد بالاتر به مدت طولانی حفظ نشود و در این حالت نقاط بر روی همسایگی های دیگر نقاط تصویر شوند، که آن ها را همسایگی های کاذب می نامند.

ایده الگوریتم بدین صورت است که برای هر نقطه (x_i) در سری زمانی نزدیک ترین همسایگی (x_j) آن در فضای $m -$ بعدی جست و جو و فاصله آن دو $(\|x_i - x_j\|)$ محاسبه می شود. با تکرار این فرایند آماره زیر محاسبه می شود:

$$R_i = \frac{|x_{i+1} - x_{j+1}|}{\|x_i - x_j\|}$$

اگر R_i از آستانه ای هم چون ε تجاوز کند، این نقطه (x_j) به منزله نزدیک ترین همسایه کاذب مشخص می شود (Hegger et al., 1999). برای کاربرد صحیح

این روش لازم است قبلاً مقادیر τ و ε برآورد شوند. در عمل رفتار کسری از همسایگی‌های کاذب (در دو بعد هم‌بستگی متوالی) در مقابل مقادیر مختلفی از بعد نشاننده ترسیم شود و در هر بعد که منحنی بر محور افقی مماس شود (به صفر نزدیک شد)، مقدار آن m به منزله بعد نشاننده منتخب (حداقل بعد) در نظر گرفته می‌شود (اسلامی و همکاران، ۱۳۹۵).

۲.۳.۴ روش کائو (Cao's method)

یکی از مشکلات اصلی روش FNN برآورد مقدار ε بود که باعث شد کائو به بهبود این روش پردازد و روش میانگین همسایگی‌های محذوف (averaged false nearest neighbor) را ارائه دهد که به روش Cao معروف شده است. اساس این روش محاسبه میانگین فواصل بردارهای تأخیر ($E1(d)$) است. نقطه‌ای که در آن $E1(d)$ به اشباع برسد به منزله بعد محاط در نظر گرفته می‌شود. اما بررسی $E1(d)$ برای داده‌های تصادفی (stochastic) مناسب نیست و در این داده‌ها $E1(d)$ به سطح اشباع نخواهد رسید و با افزایش d سیر صعودی خواهد داشت. یکی دیگر از مشکلات دشوار بودن تشخیص نقطه‌ای است که $E1(d)$ با افزایش d در آن به حد اشباع می‌رسد و در داده‌های تصادفی هم (بیش‌تر در صورت کم‌بودن حجم نمونه و داده‌ها) ممکن است $E1(d)$ با وجود تصادفی بودن داده‌ها باز هم به حد اشباع برسد. برای رفع این مشکل کائو $E2(d)$ را ارائه کرد. برای هر نقطه بازسازی شده $x_i(d)$ در فضای d بعدی تعریف می‌شود (کائو، ۱۹۹۷):

$$\alpha(i, d) = \frac{R_i(d+1)}{R_i(d)}$$

که در آن $R_i(d)$ فاصله بین $x_i(d)$ و نزدیک‌ترین همسایگی آن $x_{n(i,d)}(d)$ است. $R_i(d)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_i(d) = \|x_i(d) - x_{n(i,d)}(d)\| = \max_{0 \leq k \leq d-1} |x_{i+k\tau} - x_{n(i,d)+k\tau}|$$

و بدین ترتیب $E(d)$ به منزله میانگین تغییرات نسبی فواصل بین دو جفت نقطه همسایه به صورت زیر تعریف می‌شود و مقدار آن فقط به τ و d بستگی دارد:

$$E(d) = \frac{1}{N - d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} \alpha(i, d)$$

و داریم:

$$E1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)}$$

و همان‌طور که گفته شد، برای تفکیک سری‌های زمان معین و قطعی (deterministic) از سری‌های زمانی تصادفی، $E2(d)$ ، به قرار زیر ارائه شد:

$$E^*(d) = \frac{1}{N-d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} |x_{i+d\tau} - x_{n(i,d)+d\tau}|$$

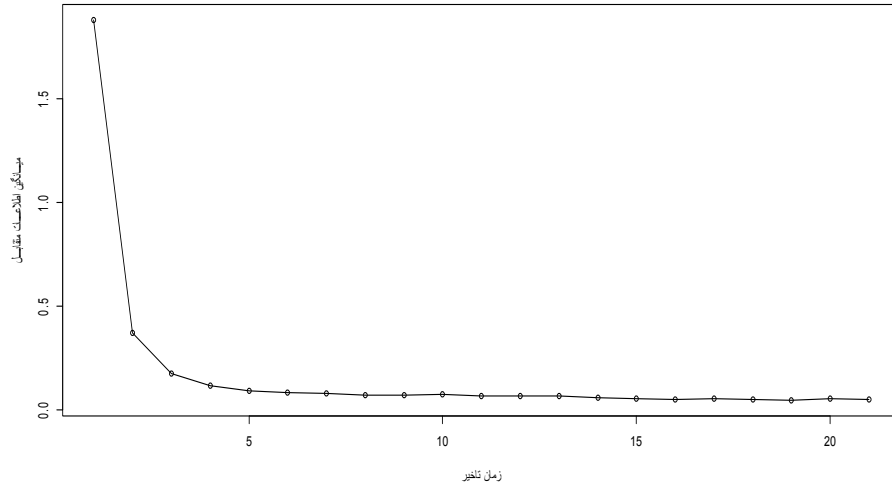
و $E^*(d)$ به منزله میانگین تغییرات مطلق فواصل بین دو جفت نقطه همسایه را اندازه‌گیری می‌کند و $E2(d)$ به قرار زیر تعریف می‌شود:

$$E2(d) = \frac{E^*(d+1)}{E^*(d)}$$

با توجه به این‌که در داده‌های تصادفی مقادیر آتی و گذشته رابطه‌ای با هم ندارند، پس مقدار $E2(d)$ برای آن‌ها به‌ازای اکثر مقادیر d مساوی با ۱ خواهد بود و برای سری‌های زمانی معین مقدار $E2(d)$ به مقدار d مربوط خواهد بود و برای همه مقادیر یکسان و برابر نخواهد بود و مقادیری از d وجود خواهند داشت که در آن‌ها $E2(d) \neq 1$ می‌شود. نقطه‌ای که از آن به بعد $E2(d)$ و $E1(d)$ به سطح اشباع برسند و برهم منطبق شوند، بعد محاط مناسب انتخاب می‌شود. روش کائو برخی نارسایی‌های روش FNN را برطرف کرد، از جمله نیاز به داده‌های زیاد، امکان نبود کاربرد در داده‌های مربوط به سیستم‌های با بعد بالا (پیچیده)، ناتوانی تفکیک سری‌های نویزدار و معین، و امکان حساسیت به مقدار شعاع انتخابی.

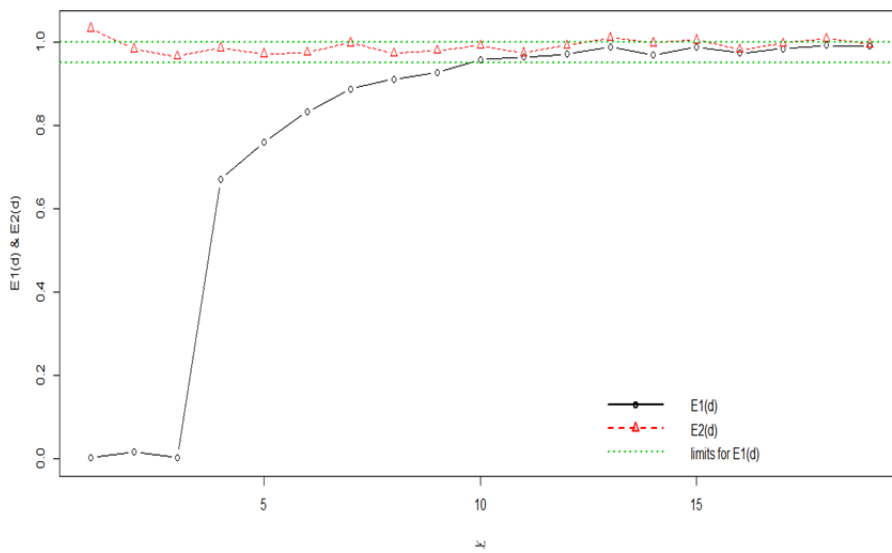
۵. یافته‌های تحقیق

بدین ترتیب وقفه زمانی متناسب با روش میانگین اطلاعات متقابل و بعد محاط با روش کائو محاسبه شده‌اند و پس از آن بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با دو روش ولف و روزن اشتاین محاسبه شده است. مقادیر به‌دست‌آمده برای وقفه زمانی برابر ۸ و برای بعد محاط ۱۰ است ($\tau = 8, m = 10$).



شکل ۷. وقفه زمانی محاسبه‌شده با روش AMI
 مأخذ: یافته‌های تحقیق

شکل زیر نشان‌دهنده بعد محاط محاسبه‌شده برای شاخص کیفیت هوای تهران با روش کائو است. نقطه‌ای که $E(1)$ به اشباع می‌رسد بعد محاط انتخاب می‌کنیم.



شکل ۸. بعد محاط محاسبه‌شده با روش Cao
 مأخذ: یافته‌های تحقیق

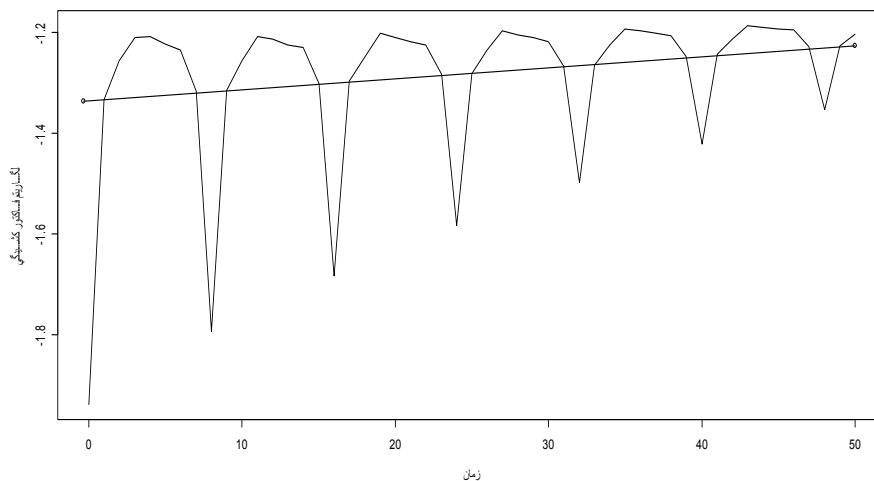
پس از محاسبه وقفه زمانی و بعد محاط بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف را محاسبه کرده‌ایم. محاسبات بعد محاط، وقفه زمانی، و نمای لیاپانوف با روش روزن اشتاین در نرم‌افزار R صورت گرفته و محاسبه نمای لیاپانوف با روش ولف در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است.

جدول ۲. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف شاخص AQI، محاسبه‌شده با روش ولف

بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف	بعد محاط
0.0015	M=1
0.0056	M=2
0.0013	M=3
0.0013	M=4
0.0004	M=5
0.0009	M=6
0.0001	M=7
0.0001	M=8
0.0006	M=9
0.0006	M=10

مأخذ: یافته‌های تحقیق

در زیر شکل و مقادیر مربوط به محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با روش روزن اشتاین آورده شده است.



شکل ۹. محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با روش روزن اشتاین
مأخذ: یافته‌های تحقیق

شیب خط برازش شده به منظور محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳. محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با روش روزن اشتاین

آلاینده	بعد محاط بهینه m	زمان تأخیر τ	λ_{max}
AQI	۱۰	۸	۰/۰۰۳۱۵

مأخذ: یافته‌های تحقیق

برای حصول از درست‌بودن نتایج مقدار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف برای پسماندها و قسمت روند (بخش ۱.۱) محاسبه شد.

جدول ۴. محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف بر روی پسماندهای مدل ARMA(4,1)

بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف محاسبه‌شد بر روی پسماند مدل ARMA(4,1)
۰/۰۰۵۰۱

مأخذ: یافته‌های تحقیق

جدول ۵ نیز نشان‌دهنده مقدار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف محاسبه‌شده برای بخش روند و پسماند حاصل از تجزیه سری زمانی شاخص کیفیت هوای شهر تهران است.

جدول ۵. محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف برای بخش روند و پسماند (تصادفی)

سری زمانی	بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف
trend	۰/۰۰۰۲۵۸
random	۰/۰۰۲۱۷

مأخذ: یافته‌های تحقیق

۶. نتیجه‌گیری

به منظور محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف نیاز به محاسبه، وقفه زمانی، و بعد محاط است. برای محاسبه وقفه زمانی عموماً از دو روش ۱. تابع خودهم‌بستگی ACF و ۲.

تابع میانگین اطلاعات متقابل AMI استفاده می‌شود که روش AMI به دلیل توجه کردن به ساختار غیرخطی در مدل‌های غیرخطی مناسب‌تر است. برای محاسبه بعد محاط نیز از دو روش ۱. شمارش نزدیک‌ترین همسایگی کاذب و ۲. روش Cao استفاده می‌شود که روش کائو به دلیل حساسیت کم‌تر به نویز داده‌ها و امکان استفاده با داده‌های کم مناسب‌تر است. برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف نیز از روش روزن اشتاین استفاده شد که از روش ولف معتبرتر است. مقدار عددی بزرگ‌ترین نمای لیپانوف برای سری زمانی شاخص کیفیت هوای تهران برای بازه زمانی ۵ ساله مورد مطالعه برابر با $0/00315$ به دست آمد و مقدار نمای لیپانوف محاسبه شده برای پسماندهای حاصل نیز همگی مثبت بودند و جداسازی روندهای فصلی و خطی نیز اثری بر این مثبت بودن نداشته است. با توجه به مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیپانوف (و آشوب‌ناک بودن سری زمانی شاخص کیفیت هوا) می‌توان گفت که اکوسیستم تهران در برابر آلاینده‌های هوا، که به آن وارد می‌شوند، تاب‌آور (تاب‌آوری مهندسی) نیست و این بدین معنی است که در صورت وارد آمدن یک شوک از سمت منابع انتشاردهنده آلاینده‌ها وضعیت آلودگی هوای تهران بدتر خواهد شد و اکوسیستم تهران برای ارائه خدمات اکوسیستمی (مثل هوای پاک) دچار اختلال خواهد شد. این امر لزوم توجه هر چه بیش‌تر به عوامل تضعیف‌کننده اکوسیستم تهران را نشان می‌دهد. رشد و توسعه اقتصادی امری مطلوب برای هر کشور و هر شهری است، اما توجه نکردن به ظرفیت‌های اکوسیستم منطقه و یا تضعیف و تخریب منابع زیست‌محیطی می‌تواند پیامدهای ناگواری را در پی داشته باشد و مفهوم رفاه و مطلوبیت ناشی از رشد و توسعه را به کام مردم و شهروندان تلخ کند. مدیران شهری و تصمیم‌گیران اقتصادی تهران باید به بحث تاب‌آوری اکوسیستم این شهر در برابر آلاینده‌های هوا توجه کنند و این مهم را در تصمیمات خود دخیل گردانند.

پی‌نوشت‌ها

۱. از طرف دیگر، بزرگ‌ترین نمای لیپانوف یکی از مهم‌ترین آزمون‌های کشف آشوب در سری‌های زمانی است، برای مطالعه بیش‌تر ← مشیری، ۱۳۸۱.
۲. برای بخش AMI از مقاله قره‌باغ، رضایی، و محمدنژاد با عنوان «مقایسه فضای حالت بازسازی شده و آشوب‌ناکی جریان رودخانه نازلوچای در مقیاس‌های زمانی مختلف» بیش از بقیه منابع استفاده شده است.

کتاب‌نامه

- ابریشمی، حمید، علی معینی، و مهدی احراری (۱۳۸۱). «آزمون ناخطی معین برای قیمت‌های آتی نفت»، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دانشکده اقتصاد علامه طباطبایی، ش ۱۰.
- اسلامی، امیر، بیژن قهرمان، علی ضیایی، و پیمان اسلامی (۱۳۹۵). «تأثیر کاهش نوفه در تحلیل پویایی غیرخطی سری زمانی دمای حداکثر روزانه در ایستگاه کرمان»، س ۱۲، ش ۱.
- بخشی خانیک، غلامرضا. آلودگی محیط زیست، دانشگاه پیام نور،
<http://www.mohitesabs.blogsky.com/category/cat-76>
- پریور، پرستو، شهرزاد فریادی، احمدرضا یاوری، اسماعیل صالحی، و پگاه هراتی (۱۳۹۲). «بسط راهبردهای پایداری اکولوژیک برای افزایش تاب‌آوری محیط زیست شهری (نمونه موردی: مناطق ۱ و ۳ شهرداری تهران)»، محیط‌شناسی، ش ۱۳۲.
- پریور، پرستو، شهرزاد فریادی، اسماعیل صالحی، احمدرضا یاوری، احد ستوده (۱۳۹۱). «بسط چهارچوب ارزیابی راهبردی محیط زیستی طرح‌های توسعه شهری براساس تفکر تاب‌آوری»، نامه معماری و شهرسازی، ش ۱۱.
- جعفریان، وحید، علی‌اکبر دماوندی، و محمدرضا یزدانی (۱۳۹۳). «مفهوم تاب‌آوری و ارتباط آن با مدیریت پایدار سرزمین»، دومین همایش ملی بیابان با رویکرد مدیریت مناطق خشک و کویری.
- روشن، غلامرضا، فرامرز خوش‌اخلاق، سعید نگهبان، جعفر میرتوکلی (۱۳۸۸). «تأثیر آلودگی هوا بر نوسانات اقلیمی شهر تهران»، علوم محیطی، س ۷، ش ۱.
- شرکت کنترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۰). گزارش کیفیت هوای شهر تهران، سال، ۱۳۹۰.
- شرکت کنترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۱). گزارش کیفیت هوای شهر تهران، سال، ۱۳۹۱.
- شرکت کنترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۲). گزارش کیفیت هوای شهر تهران، سال، ۱۳۹۲.
- شرکت کنترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۳). گزارش کیفیت هوای شهر تهران، سال، ۱۳۹۳.
- شرکت کنترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۴). گزارش کیفیت هوای شهر تهران، سال، ۱۳۹۴.
- طباطبایی، شیما (۱۳۹۲). «بررسی مدیریت شهری - زیست‌محیطی تهران در طی ۳ دوره تاریخی قاجار، پهلوی، انقلاب اسلامی»، سپهر، دوره بیست‌ودوم، ش ۸۸.
- قاهری، عباس، محمدعلی قربانی، هادی دلفروز، و لیلا ملکانی (۱۳۹۱). «ارزیابی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب»، پژوهش آب/ایران، ش ۱۰.
- قره‌باغ، ثمین، حسین رضایی، و بایرامعلی محمدنژاد (۱۳۹۳). «مقایسه فضای حالت بازسازی شده و آشوب‌ناکی جریان رودخانه نازلوچای در مقیاس‌های زمانی مختلف»، پژوهش‌های حفاظت آب و خاک، جلد بیست‌ودوم (۵).
- معینی، علی، حمید ابریشمی، و مهدی احراری (آذر و دی ۱۳۸۵). «به‌کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل‌سازی سری زمانی قیمت آتی نفت بر پایه توابع پویا»، فصل‌نامه تحقیقات اقتصادی دانشکده اقتصاد تهران، ش ۷۶.

- مشیری، سعید و فایزه فروتن (۱۳۸۳). «آزمون آشوب و پیش‌بینی قیمت آتی نفت خام»، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، جلد چهارم (۲۱).
- مشیری، سعید و حبیب مروت (۱۳۸۴). «بررسی وجود فرایند آشوبی در شاخص بازدهی کل قیمت سهام بازار بورس تهران»، پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره هفتم (۲۵).
- مشیری، سعید (۱۳۸۱). «مروری بر نظریه‌های آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد»، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره چهارم، ش ۱۲.
- معینی، علی، حمید ابریشمی، و مهدی احراری (۱۳۸۵). «به‌کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل‌سازی سری زمانی قیمت نفت خام بر پایه توابع پویا»، تحقیقات اقتصادی، ش ۷۶.
- ملاپهرامی، احمد، حسن خداویسی، و رضا حسینی (۱۳۹۲). «پیش‌بینی تورم بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی با مدل‌های رقیب»، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی، ش ۱.
- رستمی، محمدرضا، فرزانه باقی‌نیری، و جواد قاسمی (۱۳۹۰). «بررسی رفتار قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تئوری آشوب»، نشریه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ش ۷.

- Aura Reggiani, Thomas DE Graaff and Peter Nijkamp (2002). "Resilience: An Evolutionary Approach to Spatial Economic Systems", *Networks and Spatial Economics*, 2.
- Bengtsson, J., P. Angelstam, T. Elmqvist, U. Emanuelsson, C. Folke, M. Ihse, F. Moberg, and M. Nystrom (2003). "Reserves, resilience & dynamic landscapes", *Ambio* 32(6).
- Bo Yu, Chengmin Huang, Zuhan Liu, Haipeng Wang, Lili Wang (2011). "A chaotic analysis on air pollution index change over past 10 years in Lanzhou, northwest China", *Stoch Environ Res Risk Assess*, Vol. 25.
- Chappelka, H. and S. Pan (2007). "Influence of ozone pollution and climate variability on net primary productivity and carbon storage in China's grassland ecosystems from 1961 to 2000", *Environmental Pollution*, 149.
- Carpenter S., Walker B., Anderies J. M., Abel N. (2001). "From metaphor to measurement: resilience of what to what?", *Ecosystems*, 4.
- Christian E. Espinosa, Juan Gorigoitia (2012). Stability of sovereign risk in the Eurozone through the Lyapunov Exponent. Universidad diego portales, working paper.
- Chung-Kung Lee, Shu-Chen Lin (2008). "Chaos in Air Pollutant Concentration (APC) Time Series. Lee and Lin", *Aerosol and Air Quality Research*, Vol. 8, No. 4.
- Cover, T. M. and Thomas, J. A. (1991). *Elements of Information Theory*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
- Desjardins E, Barker B, Lindo Z. (2015). "Promoting Resilience", *The Quarterly Review of Biology*, Vol. 90, No. 2
- Fraser A. M, Swinney HL. (1986). "Independent coordinates for strange attractors from mutual information", *Phys Rev A*, 33.
- Graedel, T.E. and P.J. Crutzen (1993). *Atmospheric change: an earth system perspective*, New York: Freeman Company press.

- Giovanni A. Salini, Patricio Pérez (2015). "A Study of the Dynamic Behaviour of Fine Particulate Matter in Santiago, Chile", *Aerosol and Air Quality Research*, 15.
- Greenham T, E. Cox, and J. Ryan (2013). *Mapping Economic Resilience*, Published 2013 by Friends Provident Foundation Tower House Fishergate. nef 2013
- Holling, C. S. (1992). "Cross-Scale Morphology Geometry and Dynamics of Ecosystems", *Ecological Monographs*, 62.
- Holling C. S. (1996). "Engineering resilience versus ecological resilience", in *Engineering within Ecological Constraints*, edited by P. Schulze. Washington (DC): National Academy Press.
- Kaplan, J and J. Yorke (1979). *Chaotic behavior of multidimensional difference equations*. Springer, Heidelberg-New York
- Kantz, Holger and Thomas Schreiber. (2004). *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press.
- Liao, K. H. et al. (2012). "A theory on urban resilience to floods—a basis for alternative planning practices", *Ecology and Society*, 17:48.
- Moshiri S and F. Foroutan (2004). Testing for deterministic chaos in futures crude oil price; Does neural network lead to better forecast?, Canadian Economics Association.
- Perrings, C. (1994). Ecological Resilience in the Sustainability of Economic Development'' International Symposium on "Models of Sustainable Development, Paris, Vol. II.
- Perrings, C. (2006). "Resilience and sustainable development", *Environment and Development Economics*, 11.
- Parlitz, Ulrich (2016). Estimating Lyapunov Exponents from Time Series.first chapter: "Chaos Detection and Predictability", Springer Berlin Heidelberg.
- Pimm, S. L. (1984). "The Complexity and Stability of Ecosystems", *Nature* 307.
- Perrings, C. (1998). "Resilience in the Dynamics of Economy-Environment Systems", *Environmental and Resource Economics* 11.
- Rainer Hegger, Holger Kantz, and Thomas Schreiber (1999). "Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package", *Chaos* (Woodbury, N.Y.) 9(2).
- M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca. (1993). "A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets", *Physica D* 65.
- Takens, F. (1981). "Detecting strange attractors in turbulence", In: Rand, D. A., Young, L.S. (Eds.), *Dynamical Systems and Turbulence*, Lecture Notes in Mathematics 898.
- Walker B., C. S. Holling, S. R. Carpenter, and A. Kinzig (2004). Resilience, adaptability and transformability in social-ecological systems, *Ecology and Society*, 9:5.
- Webb, C.T. and S.A. Levin (2005). "Cross-system perspectives on the ecology and evolution of resilience", In E. Jen (ed.), *Robust Design: A Repertoire of Biological, Ecological, and Engineering Case Studies*, SFI Lecture Note Series, Oxford University Press.
- Wolf A., Swift JB, Swinny HL et al. (1985). "Determining Lyapunov exponents from a time series", *Physica D*, 16.